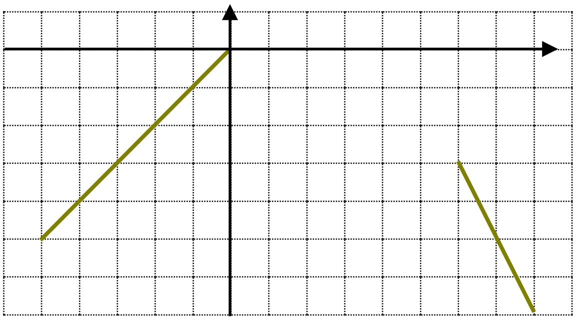
# §13. Modellieren mit Funktionen

Hier wird ein Funktionsterm gesucht, der aus vorgegebenen Bedingungen modelliert wird.

Beispiel:

Eine Straße soll möglichst harmonisch über eine Kuppe gebaut werden.
Der Graph welcher ganzrationalen Funktion möglichst geringer Ordnung ist geeignet, die beiden Straßenstücke auszurunden?



Lösung:

① Schreibe einen allgemeinen Funktionsterm (mit Parametern) auf und bestimme seine Ableitung.

Parabel erscheint geeignet

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f'(x) = 2ax + b$

② Formuliere aus den Bedingungen Gleichungen und vereinfache jede. (Es müssen mindestens so viele Bedingungen auffindbar sein, wie man unbekannte Koeffizienten hat).

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| I | $f(0) = 0$ | $0·a + 0·b + c = 0$ | => | $c = 0$ | |
| II | $f'(0) = 1$ | $2·0·a + b = 1$ | => | $b = 1$ | (Steigung linkes Stück) |
| III | $f(3) = –1,5$ | $9·a + 3·b + c = –1,5$ | => | $9a + 3 = –1,5$ | |
| IV | $f'(3) = –2$ | $2·3·a + b = –2$ | => | $6a + 1 = –2$ | (Steigung rechtes Stück) |

Es sind mehr Gleichungen als Unbekannte!

③ Löse die Gleichungen.

Aus IV $a = –0,5$

In III $–4,5 + 3 = –1,5$

$–1,5 = –1,5$ (w) Hier könnte auch eine falsche Aussage entstehen, dies würde bedeuten, dass das Problem von keiner quadratischen Funktion gelöst wird. Man müsste es mit einem Polynom 3. Grades versuchen.

④ Gib den Funktionsterm an.

$f(x) = –0,5\,x^2 + x$

Allgemeine Terme - Faustregeln:

- Polynome n-ten Grades: $ax^n + .... + mx + n$
- Rationale Funktionen: $\frac{ax^n + ....}{gx^m + ...}$ oder $\frac{a(x-x_1)(x-x_2)...}{b(x-x_5)(x-x_6)...}$
- Periodische Funktionen: $a·\sin(bx + c)$, $a·\cos(bx + c)$ evtl. $a·\tan(bx + c)$
- Logarithmus: $a·\ln(bx+c)$
- Exponential: $a·e^{bx + c}$ oder $a·e^{bx}$
- Glocke: $a·e^{-bx^2}$

Beispiel:
Der Graph einer ganzrationalen Funktion hat in A(–1|3) einen Hochpunkt und in B(3|0) einen Tiefpunkt. Bestimme einen Funktionsterm mit möglichst geringer Ordnung.

Lösung:
Es scheint eine ____________________ Funktion ____________________ geeignet.

①

②

③

④ ________________________________________