

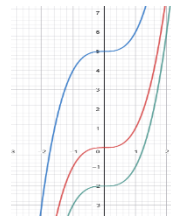
§01. Verändern von Funktionsgraphen

Verändert man einen Funktionsgraphen, so entsteht in der Regel ein neuer Graph. Dieser gehört dann zu einer anderen Funktion. Im Folgenden geht der Graph der Funktion g aus dem Graphen der Funktion f hervor, d.h. der Graph von f wird verändert.

1. Verschiebungen

Addiert man zum Term einer Funktion f eine Zahl a , so wird der Graph der Funktion um a in y -Richtung verschoben.

$$g(x) = f(x) + a$$



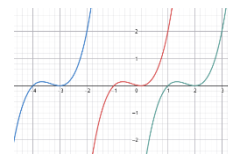
Beispiele: $f(x) = x^3$ ●

$g(x) = x^3 + 5$ ● Verschiebung um 5 in (positive) y -Richtung

$h(x) = x^3 - 2$ ● Verschiebung um -2 in y -Richtung / um 2 in negative y -Richtung

Addiert man zur Variablen einer Funktion f eine Zahl b , so wird der Graph der Funktion um $-b$ in x -Richtung verschoben.

$$g(x) = f(x + b)$$



Beispiele: $f(x) = x^3 + x^2$ ●

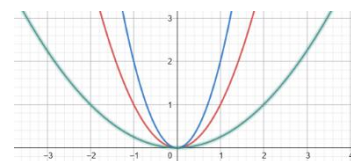
$g(x) = (x + 3)^3 + (x + 3)^2$ ● Verschiebung um -3 in x -Richtung (bzw. um 3 in negative x -Richtung)

$h(x) = (x - 5)^3 + (x - 5)^2$ ● Verschiebung um 5 in (positive) x -Richtung

2. Streckungen

Multipliziert man den Term einer Funktion f mit einer Zahl a , so wird der Graph der Funktion um den Faktor a in y -Richtung gestreckt (Streckzentrum auf der x -Achse).

$$g(x) = a \cdot f(x)$$



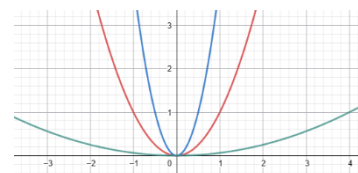
Beispiele: $f(x) = x^2$ ●

$g(x) = 2x^2$ ● Streckung um den Faktor 2 in y -Richtung

$h(x) = 0,25x^2$ ● Streckung um den Faktor 0,25 in y -Richtung

Multipliziert man die Variable einer Funktion f mit einer Zahl a , so wird der Graph der Funktion um den Faktor $\frac{1}{a}$ in x -Richtung gestreckt (Streckzentrum auf der y -Achse).

$$g(x) = f(a \cdot x)$$



Beispiele: $f(x) = x^2$ ●

$g(x) = (2x)^2$ ● Streckung um den Faktor 0,5 in x -Richtung

$h(x) = (0,25x)^2$ ● Streckung um den Faktor 4 in x -Richtung

3. Spiegelungen

Multipliziert man den Term einer Funktion f mit -1 , so wird der Graph der Funktion an der x -Achse gespiegelt.

$$g(x) = -f(x)$$



Multipliziert man die Variable einer Funktion f mit -1 , so wird der Graph der Funktion an der y -Achse gespiegelt.

$$g(x) = f(-x)$$



4. Nacheinander-Ausführung

Führt man die Änderungen nacheinander aus, so ist ggf. die Reihenfolge zu beachten:

Änderungen in y -Richtung: Beim Term auf die rechnerische Reihenfolge (Punkt vor Strich etc.) achten

Änderungen in x -Richtung: Reihenfolge genau andersherum wie die rechnerische Reihenfolge

Kommen Änderungen in beide Richtungen vor, sind diese unabhängig voneinander.

Beispiele: $f(x) = \cos x$

$g(x) = -2\cos(x) + 3$

- ① Spiegelung an der x -Achse
- ② Streckung um den Faktor 2 in y -Richtung
- ③ Verschiebung um 3 in y -Richtung
- ① und ② wäre austauschbar

$g(x) = \cos(3 - 2x)$

- ① Verschiebung um -3 in x -Richtung
- ② Streckung um den Faktor 0,5 in x -Richtung
- ③ Spiegelung an der y -Achse
- ② und ③ wäre austauschbar

$g(x) = -2\cos(5-x) + 3$

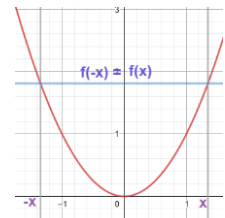
- ① Spiegelung an der x -Achse
- ② Streckung um den Faktor 2 in y -Richtung
- ③ Verschiebung um 3 in y -Richtung
- ④ Verschiebung um -5 in x -Richtung
- ⑤ Spiegelung an der y -Achse

Die Punkte ④ und ⑤ beziehen sich auf x -Richtung und können in dieser Reihenfolge auch als erstes bearbeitet werden (sogar irgendwo zwischen den Punkten ① bis ③)

5. Symmetrie zum Koordinatensystem

Spiegelt man den Graphen einer Funktion f an der y -Achse und erhält dabei den ursprünglichen Graphen (rechnerisch: Bildet man $f(-x)$ und erhält $f(x)$, d.h. $f(-x) = f(x)$), so ist der Graph von f *achsensymmetrisch zur y -Achse*.

Spiegelt man an beiden Achsen und erhält den ursprünglichen Graphen (rechnerisch: Bildet man $-f(-x)$ und erhält $f(x)$, d.h. $-f(-x) = f(x)$ oder $f(-x) = -f(x)$), so ist der Graph von f *punktsymmetrisch zum Ursprung*.



Setzt man für x in den Funktionsterm $(-x)$ ein, so kann man eine Aussage über das Symmetrieverhalten des Graphen machen:

- Gilt $f(-x) = f(x)$, dann ist der Graph *achsensymmetrisch zur y -Achse*.
- Gilt $f(-x) = -f(x)$, dann ist der Graph *punktsymmetrisch zum Ursprung*.

Beispiel: $f(x) = x^2 - x^4$ $f(-x) = (-x)^2 - (-x)^4 = x^2 - x^4 = f(x)$

Graph achsensymmetrisch zur y -Achse